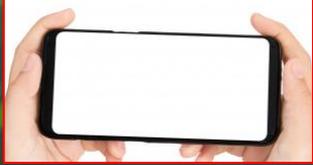


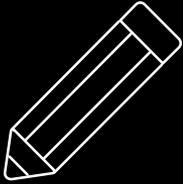
Aula 1



# CÁLCULO NUMÉRICO

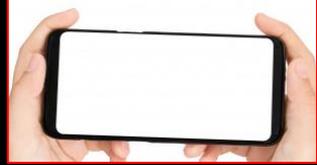
ENG. DE ALIMENTOS

2025-01

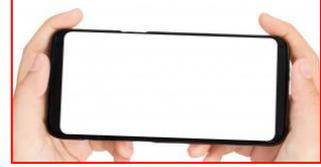


Prof. Dr. Paulo A. Oliveira

# Aula - 1



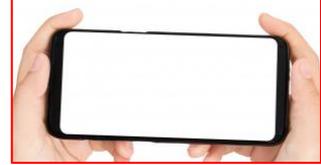
- ✓ **Plano da disciplina.**
- ✓ **Erro Absoluto e Relativo.**
- ✓ **Fórmulas de Propagação do erro.**
- ✓ **Erro nas máquina binárias.**
- ✓ **Revisão de funções no Winplot.**



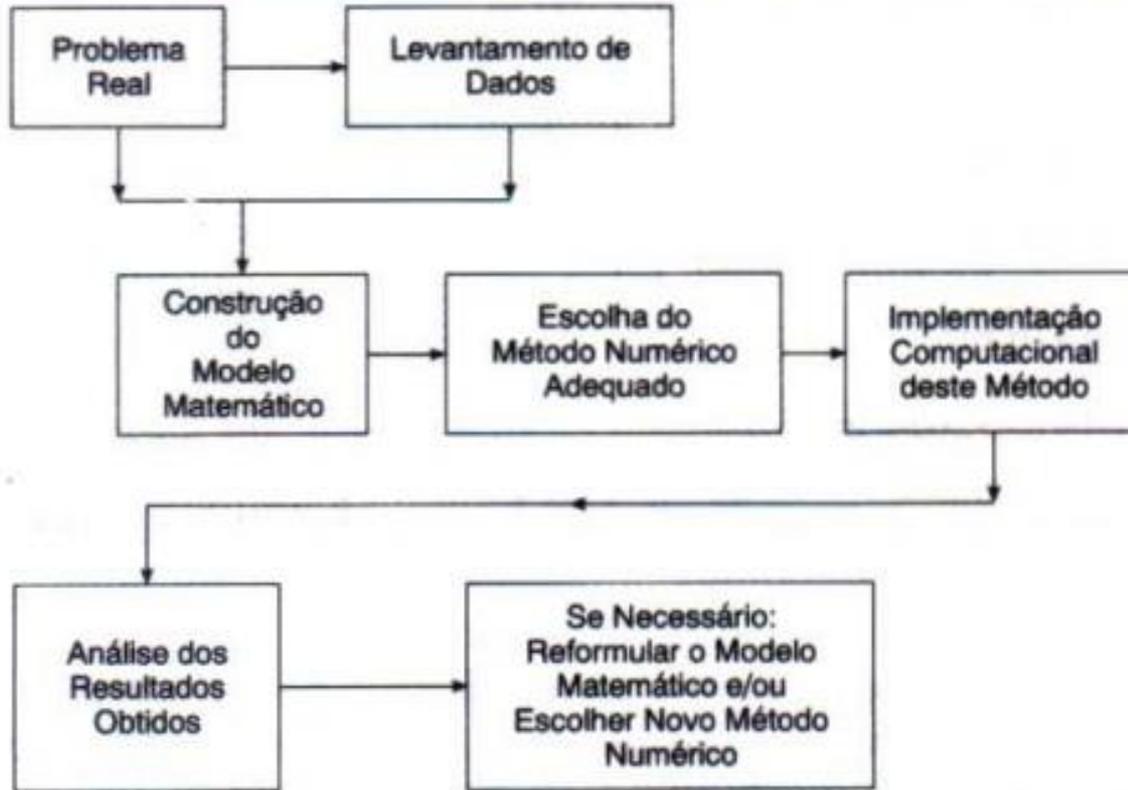
**“**

# **Plano da disciplina**

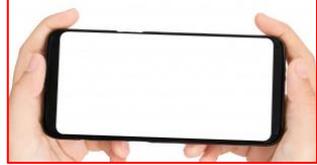
# Erros nos Problemas em CN



A resolução de tais problemas envolve várias fases que podem ser assim estruturadas:



# Erros nos Problemas em CN



A figura 1 apresenta, de forma sucinta, as etapas para solucionar um problema da natureza.

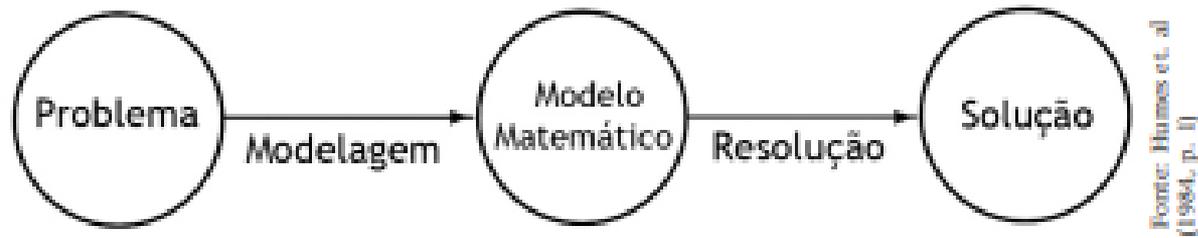
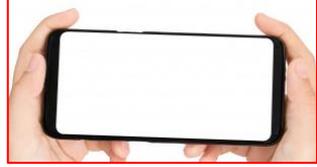


Figura 1: Etapas para solucionar um problema da natureza.

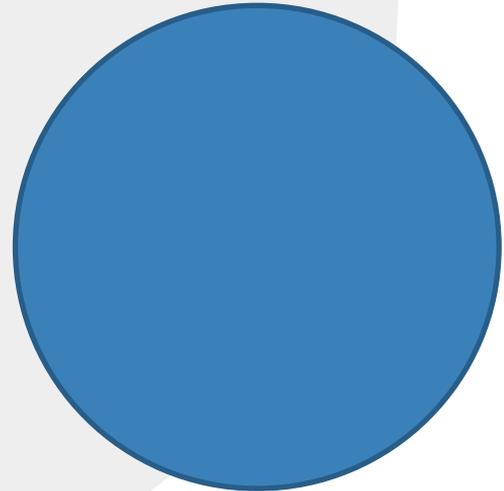
# Motivos que geram o erro em CN



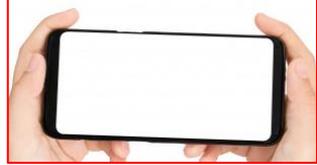
- da precisão dos dados de entrada;
- da forma como estes dados são representados no computador;
- das operações numéricas efetuadas.

## Exemplo:

Efetuar as medidas e calcular a área da figura ao lado usando um modelo matemático.



# Motivos que geram o erro em CN

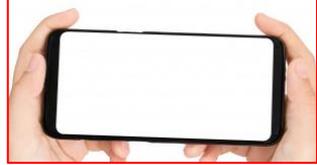


## ATENÇÃO!



Entendemos por método analítico aquele que, a menos de erros de arredondamentos, fornece as soluções exatas do problema real. Em geral, tais soluções são obtidas a partir de fórmulas explícitas. Por outro lado, um método numérico é constituído por uma sequência finita de operações aritméticas que, sob certas condições, levam a uma solução ou a uma aproximação de uma solução do problema.

# Conversão de bases



Considere os números  $(347)_{10}$  e  $(10111)_2$ .

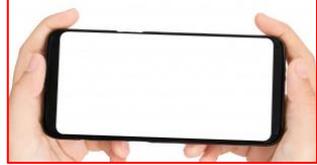
$$(347)_{10} = 3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 7 \times 10^0$$

$$(10111)_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

De um modo geral, um número na base  $\beta$ ,  $(a_j a_{j-1} \dots a_2 a_1 a_0)_\beta$ ,  $0 \leq a_k \leq (\beta - 1)$ ,  $k = 1, \dots, j$ , pode ser escrito na forma polinomial:

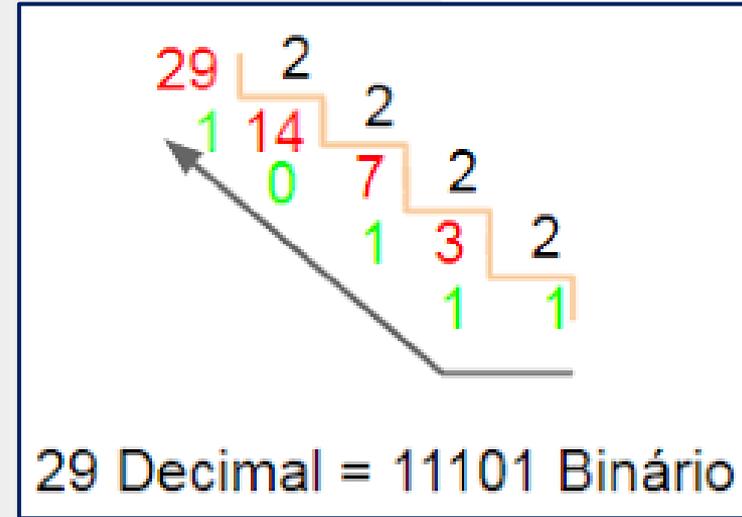
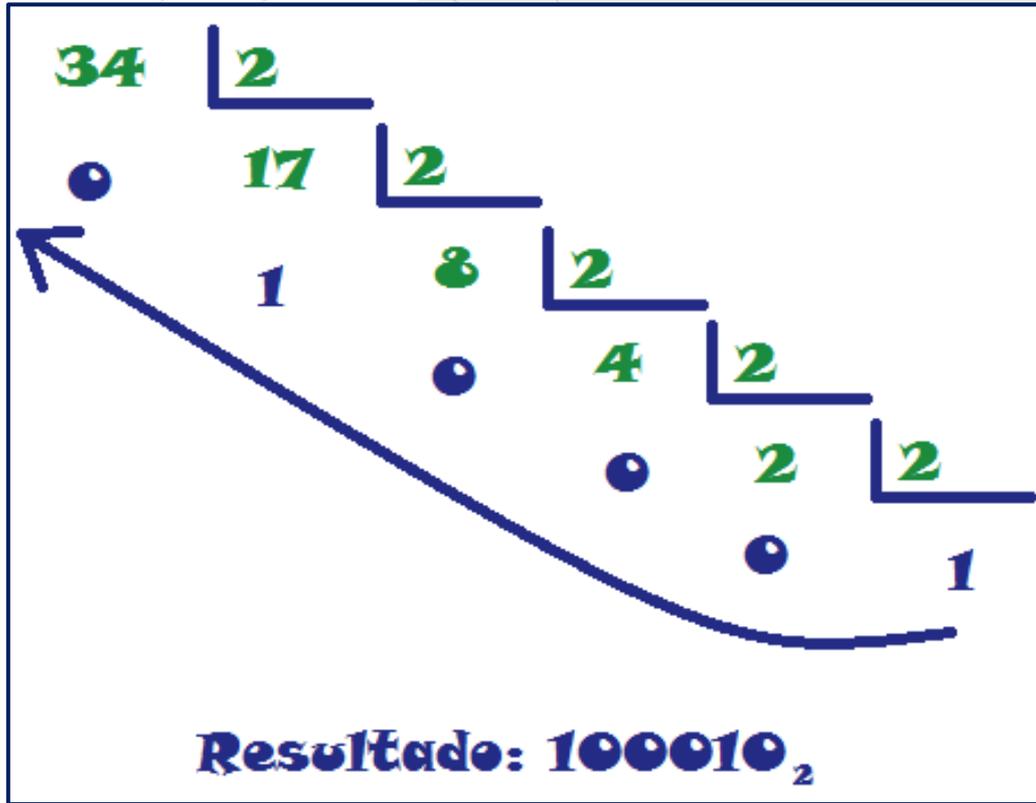
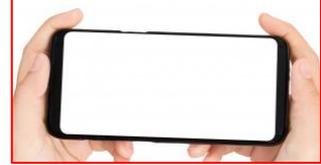
$$a_j \beta^j + a_{j-1} \beta^{j-1} + \dots + a_2 \beta^2 + a_1 \beta^1 + a_0 \beta^0.$$

# Conversão Base Dec $\rightarrow$ Bin

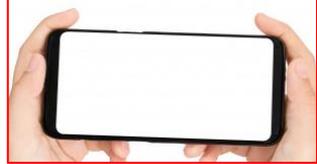


- **Parte inteira: Divisão por 2, sucessivamente, escreve-se os restos do último para o primeiro.**
- **Parte decimal: Multiplicação por 2, sucessivamente, escreve-se os parte inteira dos produtos (0 ou 1).**

# Conversão Base Dec $\rightarrow$ Bin



# Conversão Base Dec $\rightarrow$ Bin



Handwritten notes on lined paper showing the conversion of decimal numbers to binary.

**Integer Conversion:**

25		2
12		2
6		2
3		2
1		2
0		2

Arrows point to the remainders: 1, 0, 0, 1, 1, 0. A diagonal arrow labeled "ESCREVA NESTE SENTIDO" points from the bottom remainder up to the top one.

$25_{10} = 11001_2$

**Decimal Fraction Conversion:**

$0,4_{10} = 0,01100110_2 \dots$

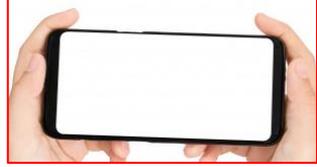
$25,4_{10} = 11001,0110110 \dots$

**Repeating Pattern:**

$\times 0,4$	$0,8$	$0,6$	$0,2$	$0,4$
$\times 2$	$\times 2$	$\times 2$	$\times 2$	$\times 2$
$0,8$	$1,6$	$1,2$	$0,4$	$0,8$

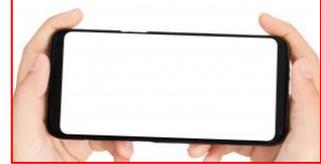
A red arrow labeled "REPETINDO..." points from the  $0,4$  result back to the  $0,4$  input.

# Conversão Base Bin $\rightarrow$ Dec



- **Parte inteira:** Multiplicação por potência de 2, sucessivamente, o expoente começa em 0 e aumenta para a esquerda.
- **Parte decimal:** Multiplicação por potência de 2, sucessivamente, o expoente começa em -1 e diminui para a direita.

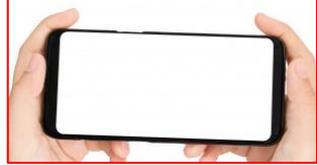
# Conversão Base Bin → Dec



$$\begin{array}{c} 100011_{(2)} = 35_{(10)} \\ \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ 32 + 0 + 0 + 0 + 2 + 1 = 35_{(10)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 111010_2 \\ \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 \\ 32 + 16 + 8 + 0 + 2 + 0 = 58 \\ 111010_2 = 58_{10} \end{array}$$

# Conversão Base Bin → Dec



$$\begin{aligned}1101_2 &= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= 8 + 4 + 0 + 1 \\ &= 13_{10}\end{aligned}$$

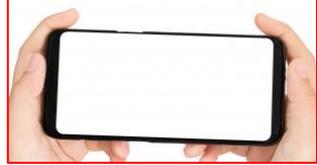
$$1001_2 = 13_{10}$$

$$0,1011_2 = 0,6875_{10}$$

$$1001,1011 = 13,6875_{10}$$

$$\begin{aligned}0,1011 &= 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} \\ &= \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \\ &= 0,6875_{10}\end{aligned}$$

# Repres. numérica do computador



$$\pm (. d_1 d_2 \dots d_t) \times \beta^e$$

onde:

$\beta$  é a base em que a máquina opera;

$t$  é o número de dígitos na mantissa;  $0 \leq d_j \leq (\beta - 1)$ ,  $j = 1, \dots, t$ ,  $d_1 \neq 0$ ;

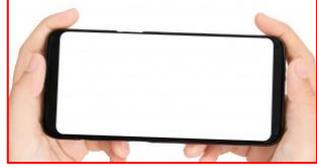
$e$  é o expoente no intervalo  $[l, u]$ .

Em qualquer máquina, apenas um subconjunto dos números reais é representado exatamente, e, portanto, a representação de um número real será realizada através de truncamento ou de arredondamento.

## ARITMÉTICA DO PONTO FLUTUANTE

“NOTAÇÃO CIENTÍFICA – deslocamento da vírgula”

# Repres. numérica do computador

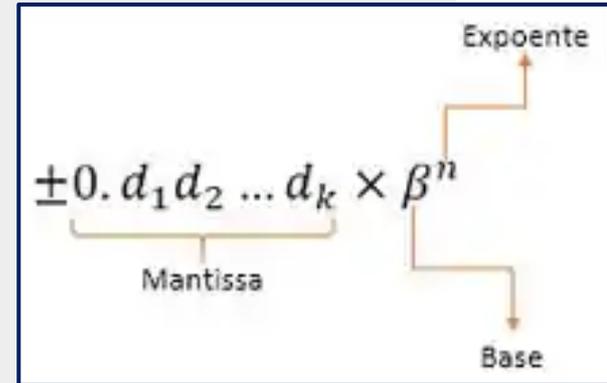


**EXEMPLO 1:** Considere  $\beta = 2$ ,  $t = 3$ , e  $e \in [-5, 5]$

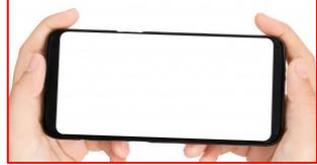
$$n = 0.d_1d_2d_3 \times 2^e$$

Onde:  $d_i = 0, 1$ ;  $d_1 = 0$ ,  $e = -5, -4, \dots, 4, 5$ .

- 1) O menor número absoluto?
- 2) O maior número absoluto:
- 3)  $N_1 = 0.101 \times 2^2$
- 4)  $N_2 = 0.111 \times 2^{-1}$



# Repres. numérica do computador



Na prática todos o parâmetros (sinal, mantissa, expoente e o seu sinal) são armazenados como sequências de 0 ou 1. Convencionamos:

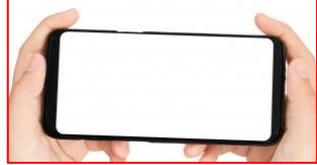
## Uma máquina com 10 bits:

B1 – sinal do número (0 = positivo, 1 = negativo)

B2, B3 e B4 – Expoentes (positivos e negativos)

O restante dos Bits para a mantissa.

# Repres. numérica do computador



## Uma máquina com 10 bits:

B1 : 0 = positivo, 1 = negativo

Expoentes: fazer uma tabela.

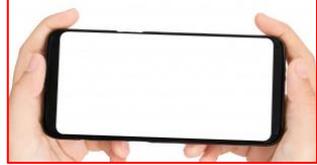
Mantissa: Usar arredondamento!

expoentes

000	001	010	011
<u>u.flow</u>	-2	-1	0
100	101	110	111
1	2	3	<u>o.flow</u>



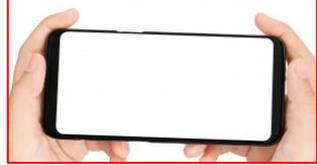
# Repres. numérica do computador



**EXEMPLO 2: Considere a máquina fictícia.**

- 1) O maior número absoluto?**
- 2) Represente  $n = 2,8_{10}$  e depois retorne o número decimal**
- 3) Represente  $n = - 5,75_{10}$  e depois retorne o número decimal.**

# Propagação do Erro na A.P.F.



Dada uma seqüência de operações, como, por exemplo,  $u = [(x + y) - z - t] + w$ , é importante a noção de como o erro em uma operação propaga-se ao longo das operações subseqüentes.

O erro total em uma operação é composto pelo erro das parcelas ou fatores e pelo erro no resultado da operação.

Definimos como *erro absoluto*

$$EA_x = x - \bar{x}.$$

O *erro relativo* é definido como

$$ER_x = \frac{EA_x}{\bar{x}} = \frac{x - \bar{x}}{\bar{x}}$$



# Erros Absoluto e Relativo da Soma e diferença

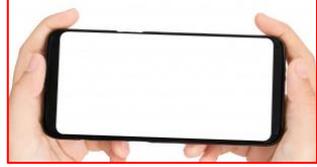
$$EA_{x+y} = EA_x + EA_y.$$

$$ER_{x+y} = ER_x \left( \frac{\bar{x}}{\bar{x} + \bar{y}} \right) + ER_y \left( \frac{\bar{y}}{\bar{x} + \bar{y}} \right)$$

$$EA_{x-y} = EA_x - EA_y \text{ e}$$

$$ER_{x-y} = \frac{EA_x - EA_y}{\bar{x} - \bar{y}} = ER_x \left( \frac{\bar{x}}{\bar{x} - \bar{y}} \right) - ER_y \left( \frac{\bar{y}}{\bar{x} - \bar{y}} \right)$$

# Erros da Mult. e da Divisão



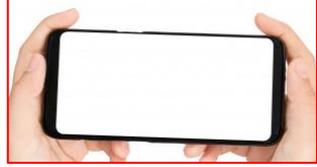
$$EA_{xy} \approx \bar{x} EA_y + \bar{y} EA_x$$

$$ER_{xy} \approx \frac{\bar{x} EA_y + \bar{y} EA_x}{\bar{x} \bar{y}} = \frac{EA_x}{\bar{x}} + \frac{EA_y}{\bar{y}} = ER_x + ER_y.$$

$$EA_{x/y} \approx \frac{EA_x}{\bar{y}} - \frac{\bar{x} EA_y}{\bar{y}^2} = \frac{\bar{y} EA_x - \bar{x} EA_y}{\bar{y}^2}$$

$$ER_{x/y} \approx \left( \frac{\bar{y} EA_x - \bar{x} EA_y}{\bar{y}^2} \right) \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{EA_x}{\bar{x}} - \frac{EA_y}{\bar{y}} = ER_x - ER_y$$

# Propagação do erro



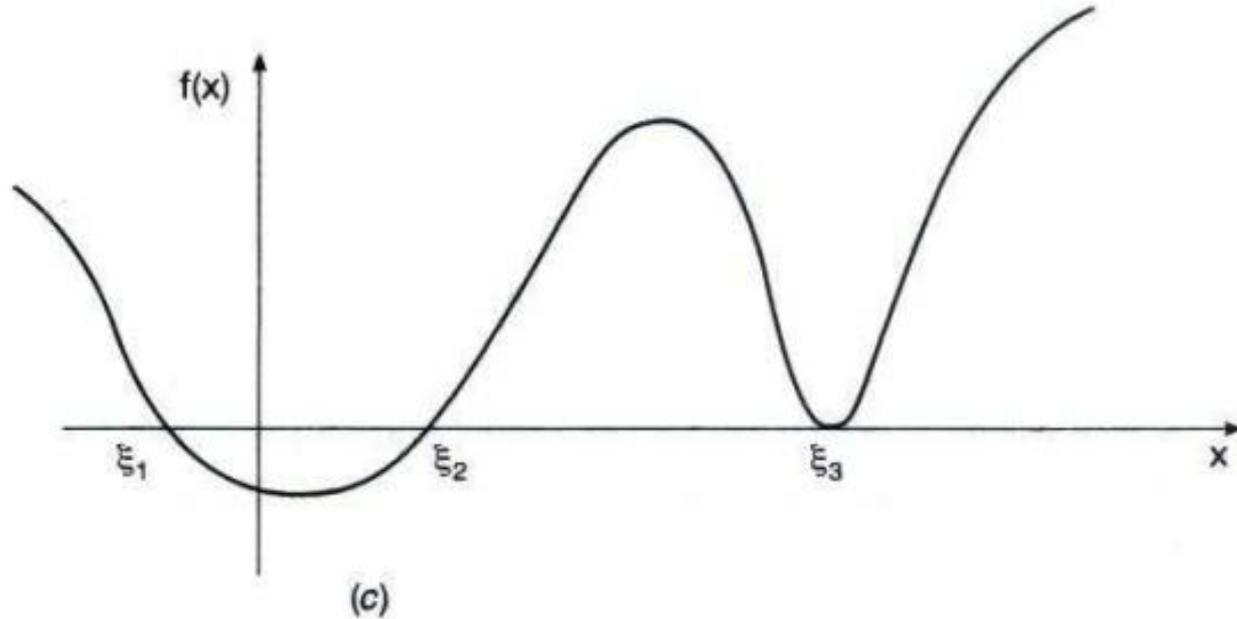
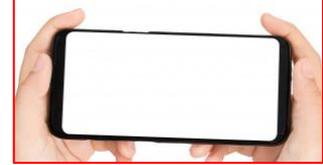
Considere que  $X = 2,8$  e  $Y = 6,15$  foram representados por  $\bar{X} = 2,75$  e  $\bar{Y} = 6$ , responda:

1)  $EA(x+y)$  e  $ER(x+y)$

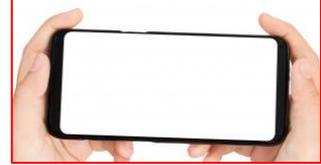
2)  $EA(x-y)$  e  $ER(x-y)$

3  $EA[(x+y).(x-y)]$  e  $ER [(x+y).(x-y)]$

# Zero de Funções Reais



WINPLOT – Gráficos de modo fácil e rápido!



# OBRIGADO por sua atenção!



**Assista, pause e reflita sobre este vídeo! 😊**



**Leia o material sugerido (Livro e artigos)!**



**Busque mais informações por sua conta!**



**Faça os exercícios propostos o quanto antes!**