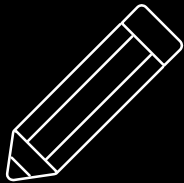
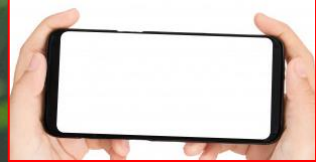


Aula 6



CÁLCULO 1

ENG. DE ALIMENTOS



Prof. Dr. Paulo A. Oliveira



Aula - 6

LIMITES:

Revisão: Limite Infinito;

Limite no infinito;

Assíntotas Horizontais;

Continuidade;

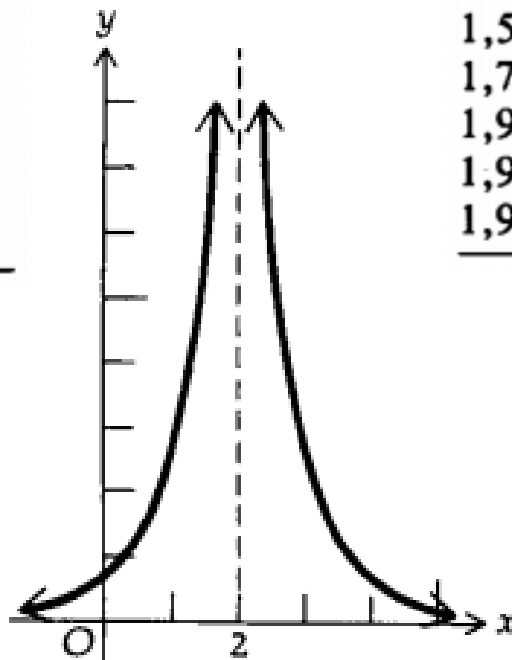
Aula 5 – Limites Infinito ($f(x) \rightarrow \infty$)

Tabela 1

x	$f(x) = \frac{3}{(x-2)^2}$
3	3
2,5	12
2,25	48
2,1	300
2,01	30.000
2,001	3.000.000

Tabela 2

x	$f(x) = \frac{3}{(x-2)^2}$
1	3
1,5	12
1,75	48
1,9	300
1,99	30.000
1,999	3.000.000



Aula 5 – Limites Infinito ($f(x) \rightarrow \infty$)

(TEOREMA 12)

Se r for um inteiro positivo qualquer, então

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^r} = +\infty$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^r} = \begin{cases} -\infty & \text{se } r \text{ for ímpar} \\ +\infty & \text{se } r \text{ for par} \end{cases}$$

Exemplo Gráfico Assíntota Vertical

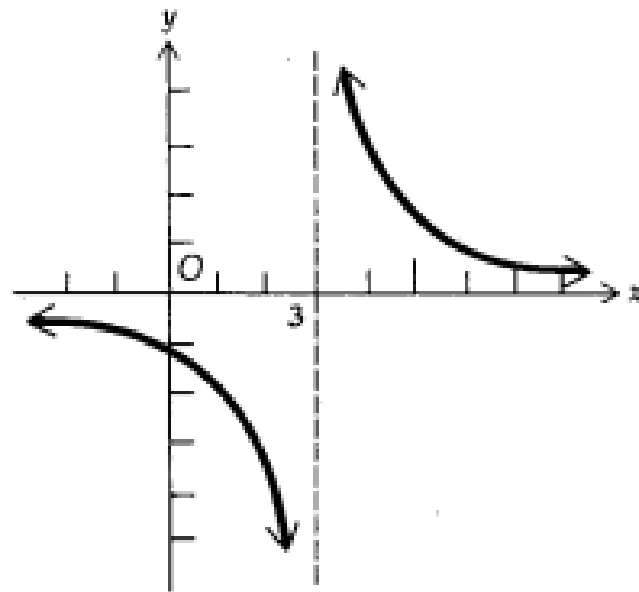
EXEMPLO 4 Ache a assíntota vertical e faça um esboço do gráfico da função definida

$$f(x) = \frac{3}{x - 3}$$

Solução

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3}{x - 3} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3}{x - 3} = -\infty$$



(Aula 6): Limites no Infinito ($x \rightarrow \infty$)

Tabela 1

x	$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 1}$
0	0
1	1
2	1,6
3	1,8
4	1,882353
5	1,923077
10	1,980198
100	1,999800
1000	1,999998

Tabela 2

x	$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 1}$
-1	1
-2	1,6
-3	1,8
-4	1,882353
-5	1,923077
-10	1,980198
-100	1,999800
-1000	1,999998

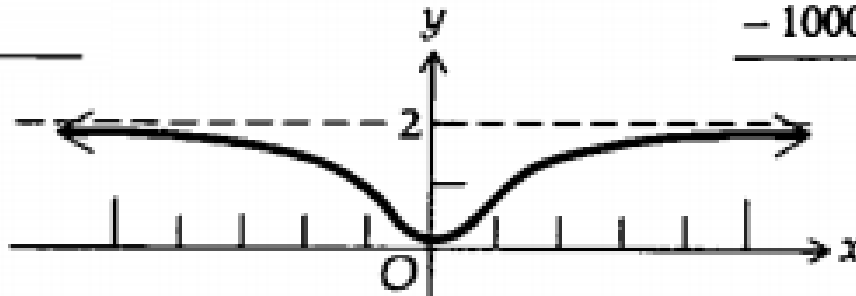


FIGURA 1

(Aula - 6): Limites no Infinito ($x \rightarrow \infty$)

(TEOREMA 13)

Se r for um inteiro positivo qualquer, então

$$(i) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^r} = 0$$

$$(ii) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^r} = 0$$

Aula 6 – Limites no Infinito ($x \rightarrow \infty$)

DEFINIÇÃO

Seja f uma função definida em um intervalo $(a, +\infty)$ o **limite de $f(x)$ quando x cresce indefinidamente**, é L , escrito

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$$

se para todo $\epsilon > 0$, não importa quão pequeno, existir um número $N > 0$ tal que
se $x > N$ então $|f(x) - L| < \epsilon$

Exemplo:

Limites no Infinito

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - x + 5}{4x^3 - 1}$$

Solução Para usar o Teorema de Limite 13, dividimos o numerador e o denominador pela maior potência de x que ocorre neles; neste caso, x^3 .

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - x + 5}{4x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{5}{x^3}}{4 - \frac{1}{x^3}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 \cdot \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} + \lim_{x \rightarrow -\infty} 5 \cdot \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^3}}{\lim_{x \rightarrow -\infty} 4 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^3}} \\ &= \frac{2 \cdot 0 - 0 + 5 \cdot 0}{4 - 0} = 0 \end{aligned}$$

EXEMPLO 6 Ache

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - x^2}{3x + 5}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - x^2}{3x + 5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{x} - 1}{\frac{3}{x} + \frac{5}{x^2}}$$

Exemplo: Limites no Infinito

Os limites do numerador e do denominador serão considerados separadamente.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{x} - 1 \right) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} - \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 & \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{x} + \frac{5}{x^2} \right) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x^2} \\ &= 0 - 1 & &= 0 + 0 \\ &= -1 & &= 0 \end{aligned}$$

Assim sendo, temos o limite de um quociente no qual o limite do numerador é -1 e o limite do denominador é 0 , onde o denominador está tendendo a zero por valores positivos. Pelo Teorema de Limite 12 (iii) segue que

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - x^2}{3x + 5} = -\infty$$

Exemplos – Limites no Infinito ($x \rightarrow \infty$)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x - 3}{2x + 5}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - x^2}{3x + 5}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 4}{\sqrt{2x^2 - 5}}$$

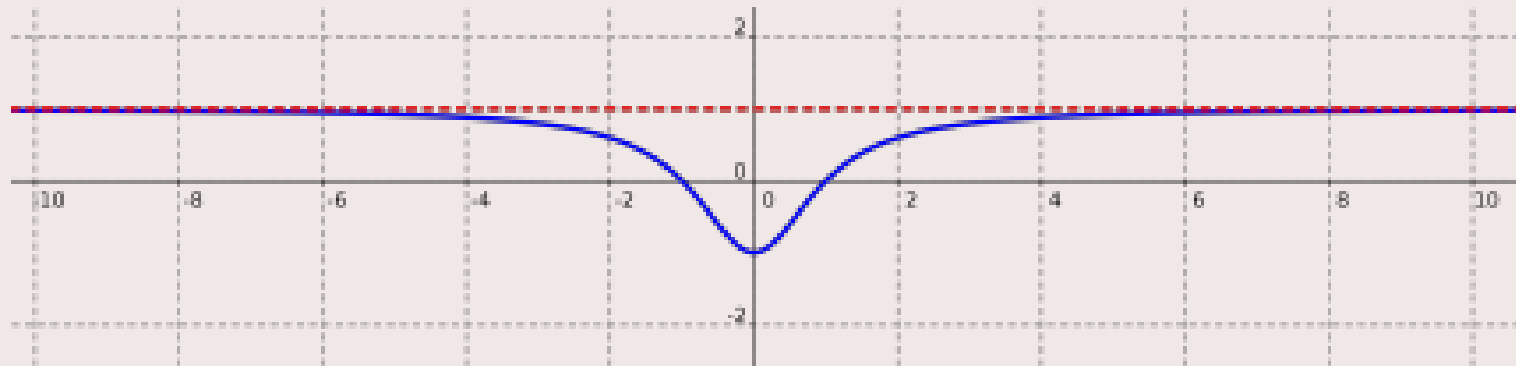
Assíntotas Horizontal

A reta $y = b$ é denominada uma **assíntota horizontal** do gráfico da função f se pelo menos uma das seguintes afirmações for válida:

- (i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ e para um número N , se $x > N$, então $f(x) \neq b$;
- (ii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$ e para um número N , se $x < N$, então $f(x) \neq b$.

Exemplo Gráfico Assíntota Horizontal

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = 1 \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = 1$$

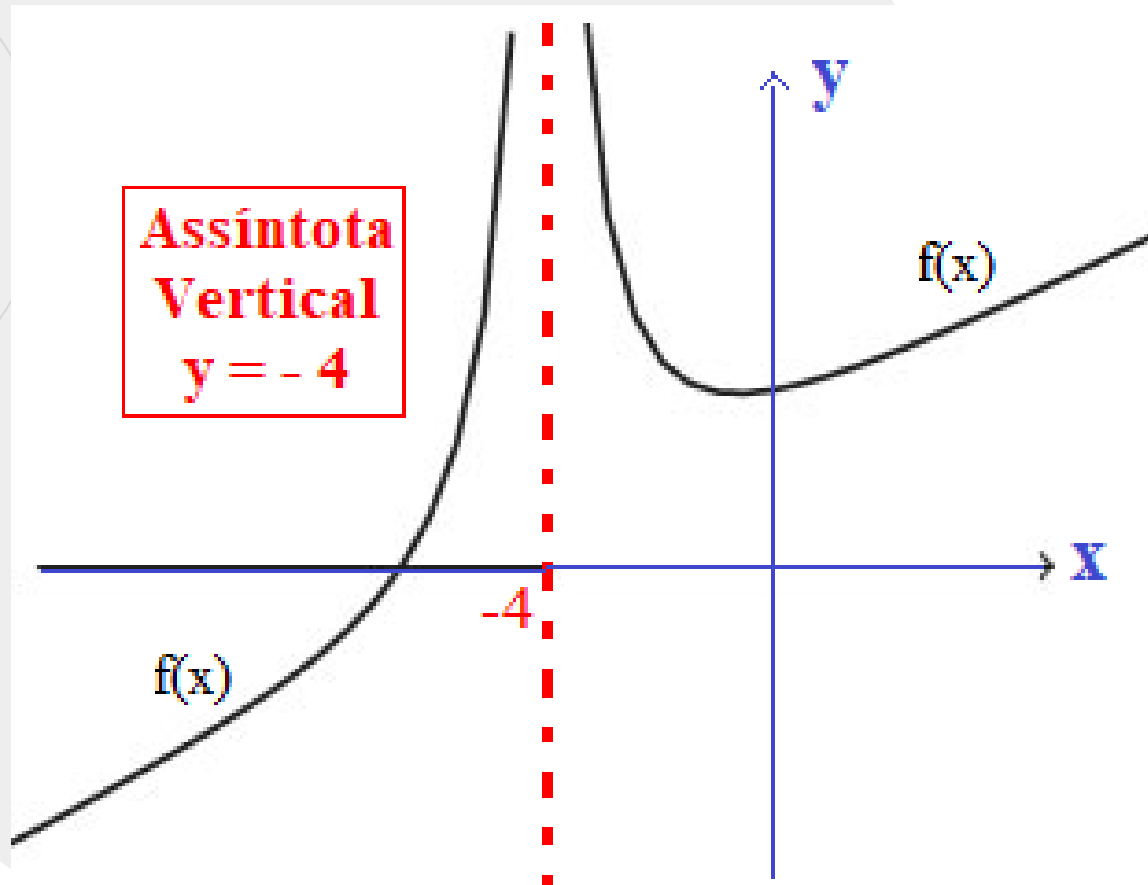


Exemplo Gráfico Assíntota Vertical

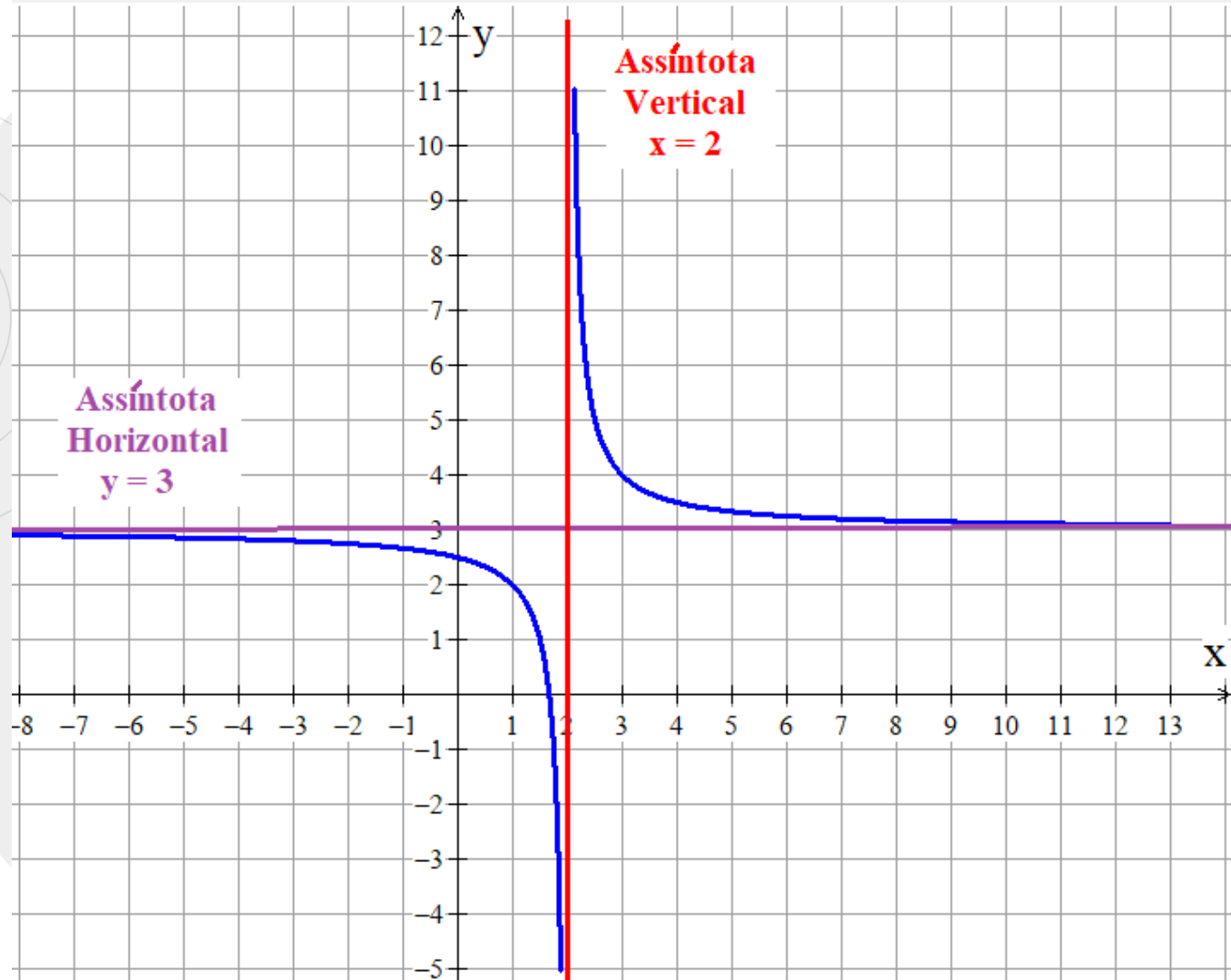
$$\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = +\infty$$



Exemplo
Gráfico
Assíntota
Vertical
Horizontal



Continuidade de uma Função

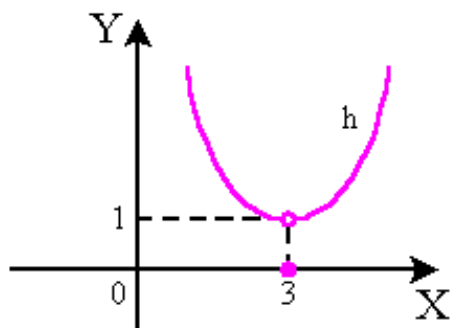
DEFINIÇÃO

Dizemos que a função f é **contínua** no número a se e somente se as seguintes condições forem satisfeitas:

- (i) $f(a)$ existe;
- (ii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe;
- (iii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

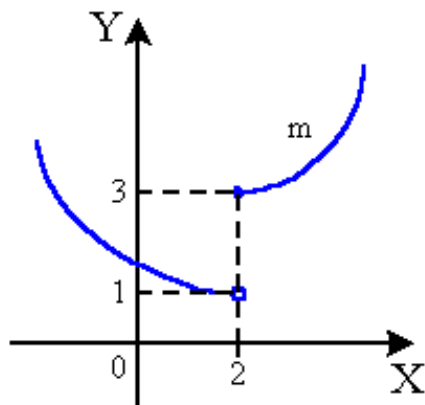
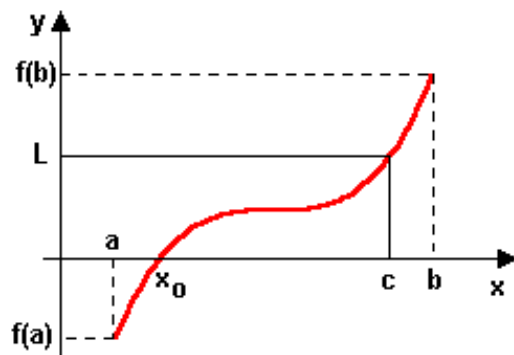
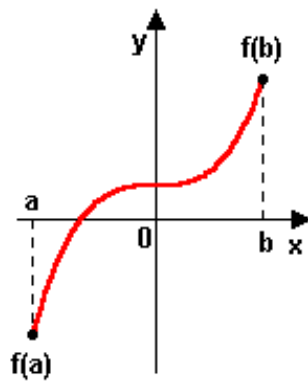
Se uma ou mais de uma dessas condições não forem verificadas em a , a função f será **descontínua** em a .

Exemplos de funções Contínuas e Descontínuas

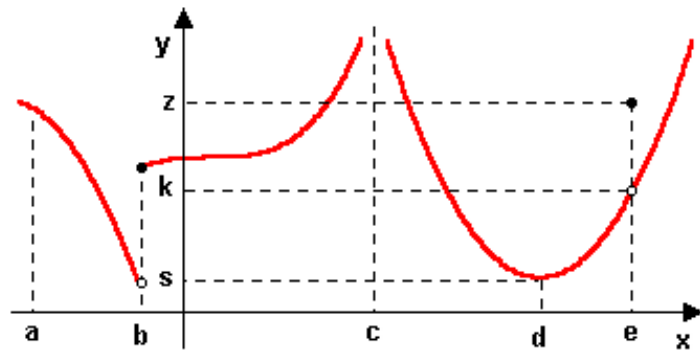


$$\lim_{x \rightarrow 3} h(x) = 1$$

$$h(3) = 0$$



$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^+} m(x) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} m(x) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{não existe } \lim_{x \rightarrow 2} m(x)$$



Continuidade de uma Função

TEOREMA

Se f e g forem funções contínuas em um número a , então

- (i) $f + g$ será contínua em a ;
- (ii) $f - g$ será contínua em a ;
- (iii) $f \cdot g$ será contínua em a ;
- (iv) f/g será contínua em a , desde que $g(a) \neq 0$.

Exemplo: Analise se $G(x)$ é contínua em todos os pontos, em especial em $x = 4$

$$G(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x - 4}{x - 4} & \text{se } x \neq 4 \\ 2 & \text{se } x = 4 \end{cases}$$



OBRIGADO por sua atenção!



Assista, pause e reflita sobre este vídeo! 😊



Leia o material sugerido (Livro e artigos)!



Busque mais informações por sua conta!



Faça os exercícios propostos o quanto antes!